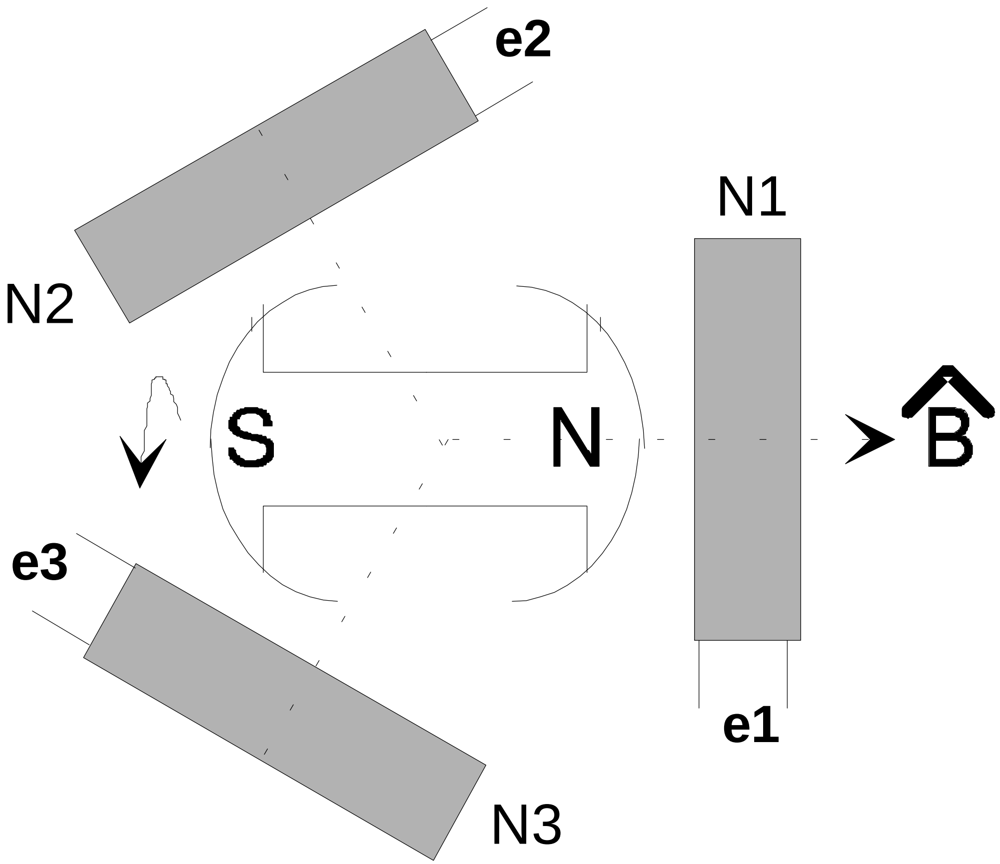
# Circuits triphasés

# Création d'un système de tensions triphasées




- Soit 3 bobines fixes de N spires (N1=N2=N3=N) (stator) et un aimant (rotor) entraîné à la vitesse $\omega$.
- En canalisant le flux par un circuit magnétique de forme appropriée (répartition sinusoïdale du flux sous les pôles), il est possible d'obtenir un flux :

$$\varphi = \hat{\Phi}.\cos\omega.t$$

# F.E.M induite

- **Dans un enroulement**

$$e = -N\frac{d\varphi}{dt} = -N.\hat{\Phi}\,(-\omega.\sin\omega.t) = \underbrace{N.\hat{\Phi}.\omega}_{\hat{E}}.\sin\omega.t = \hat{E}.\sin\omega.t$$

- **Pour les trois enroulements**

$$\varphi_1 = \hat{\Phi}.\cos\omega.t\ ;\quad \varphi_2 = \hat{\Phi}.\cos(\omega.t - \frac{2\pi}{3});\quad \varphi_3 = \hat{\Phi}.\cos(\omega.t + \frac{2\pi}{3})$$

$$e_1 = \hat{E}.\sin\omega.t\ ;\quad e_2 = \hat{E}.\sin(\omega.t - \frac{2\pi}{3});\quad e_3 = \hat{E}.\sin(\omega.t + \frac{2\pi}{3})$$

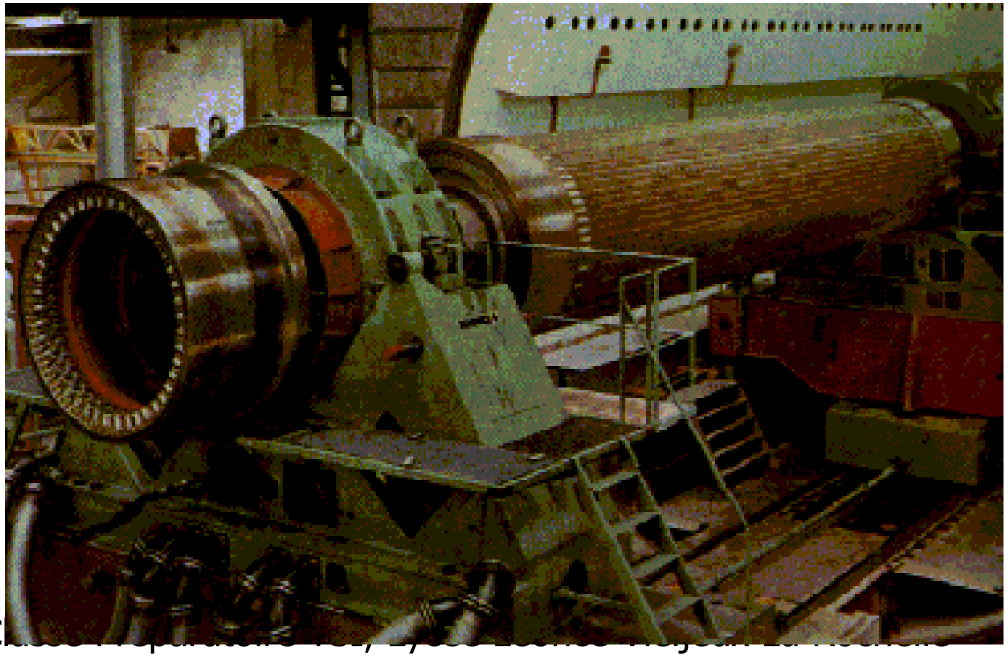
# Pulsation $w$ de la FEM

$$w = p.\Omega$$

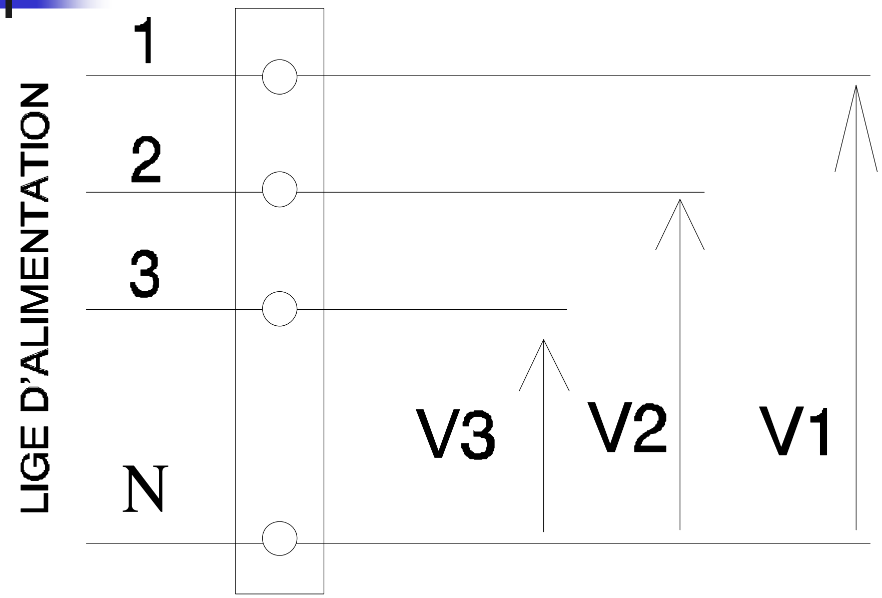
- p : nombre de paires de pôles
- $\Omega$ : vitesse angulaire en rd/s

# Alternateur triphasé

- Le flux est produit par le rotor à l'aide d'un enroulement inducteur alimenté en courant continu.
- Le nombre de paires de pôles (p) est fonction de la vitesse de rotation, <u>la fréquence des courants produites devant être constante</u> : F = p.n ;
- La vitesse de rotation détermine le forme des pôles (turbo alternateur N=3000 tr/mn : p=1 pôles lisses).



# Tensions triphasées simples



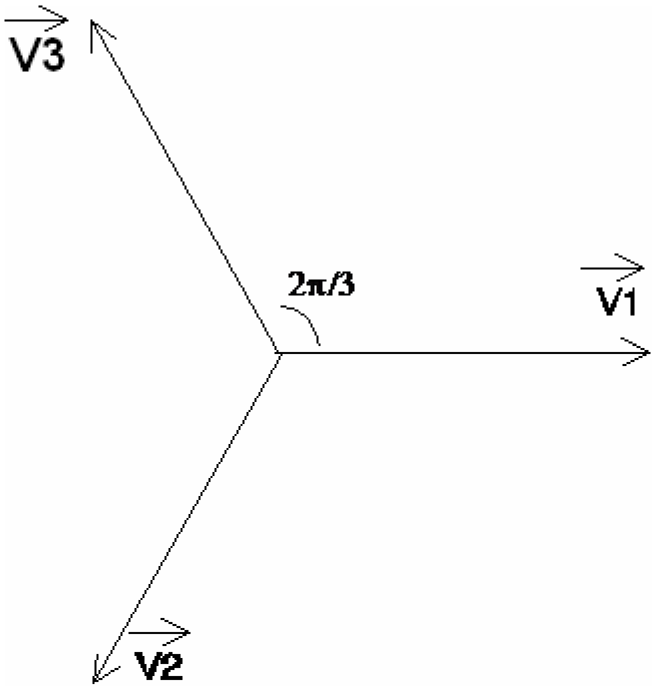

$$v_1 = V\sqrt{2}\sin w.t$$

$$v_2 = V\sqrt{2}\sin(w.t - \frac{2p}{3})$$

$$v_3 = V\sqrt{2}\sin(w.t + \frac{2p}{3})$$

**Un tel système est dit équilibré en tension**

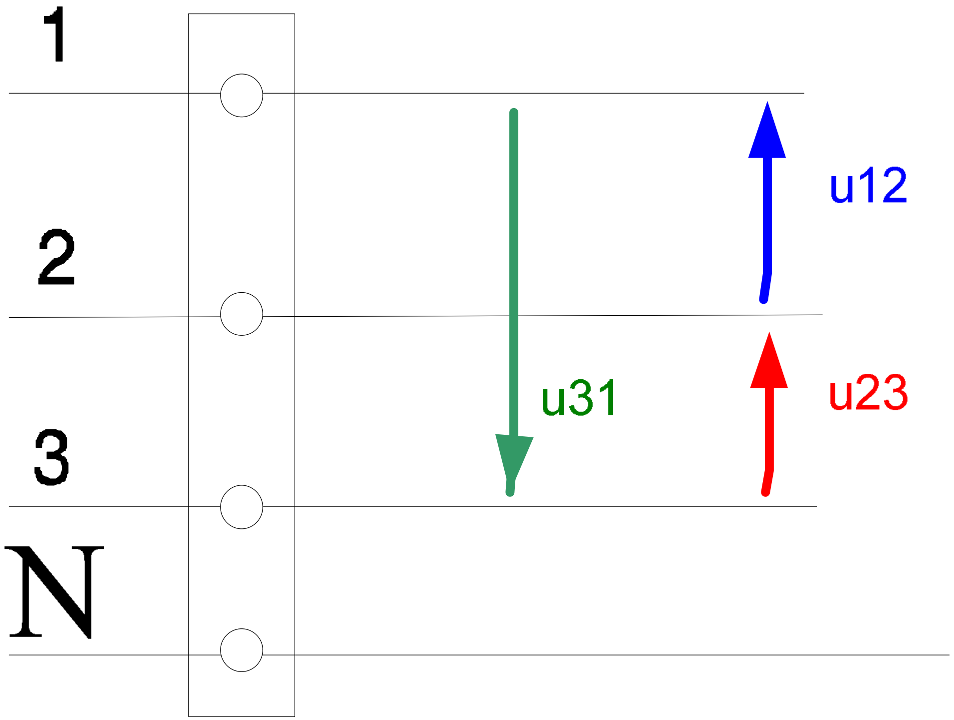
# Représentation de Fresnel




$$\underline{V}1+\underline{V}2+\underline{V}3=\underline{0}$$

$$v1+v2+v3=0$$

# Tensions composées

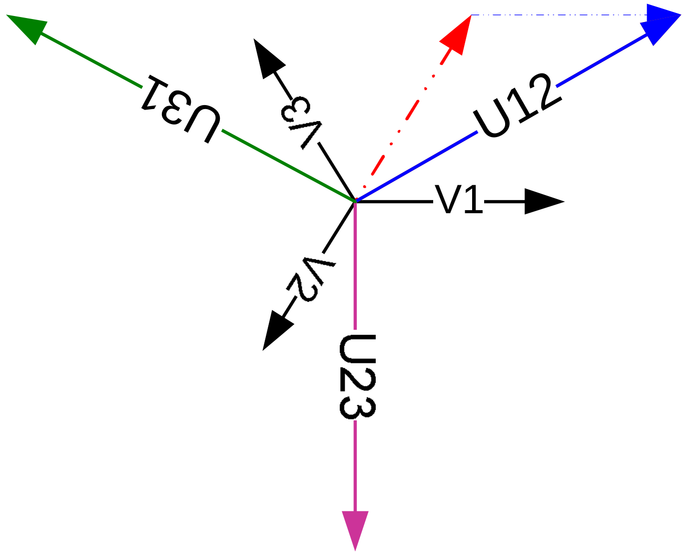



$$u_{12} = v_1 - v_2$$
$$\vec{U}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$$

$$u_{23} = v_2 - v_3$$
$$\vec{U}_{23} = \vec{V}_2 - \vec{V}_3$$

$$u_{31} = v_3 - v_1$$
$$\vec{U}_{31} = \vec{V}_3 - \vec{V}_1$$

# Tensions composées (2)




$$u_{12} = v_1 - v_2$$
$$\vec{U}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$$

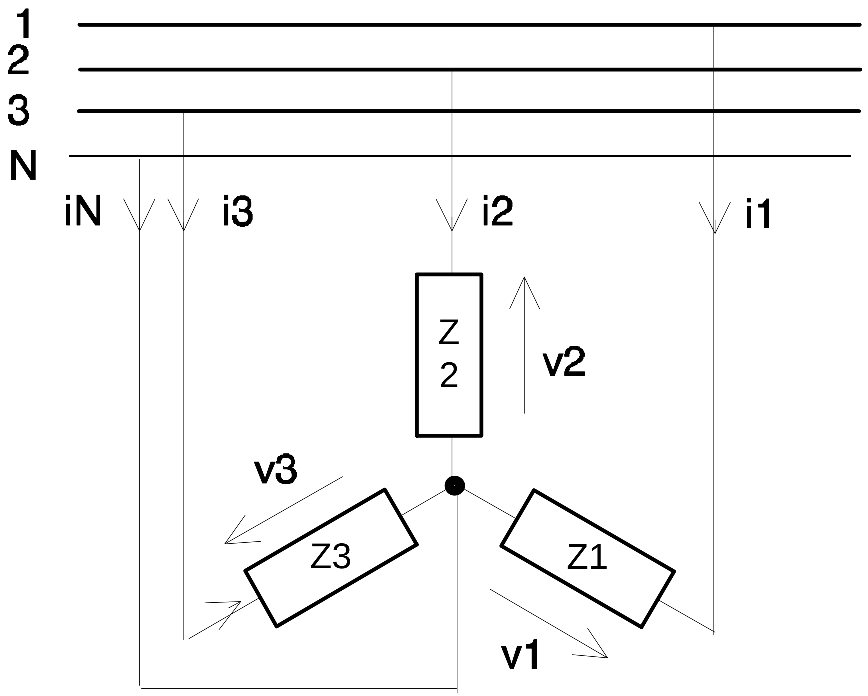
$$u_{23} = v_2 - v_3$$
$$\vec{U}_{23} = \vec{V}_2 - \vec{V}_3$$

$$u_{31} = v_3 - v_1$$
$$\vec{U}_{31} = \vec{V}_3 - \vec{V}_1$$

$$\left|U_{12}\right| = 2\cos\frac{\pi}{6}\left|V_1\right| = V\sqrt{3}$$

# Couplage des récepteurs triphasés

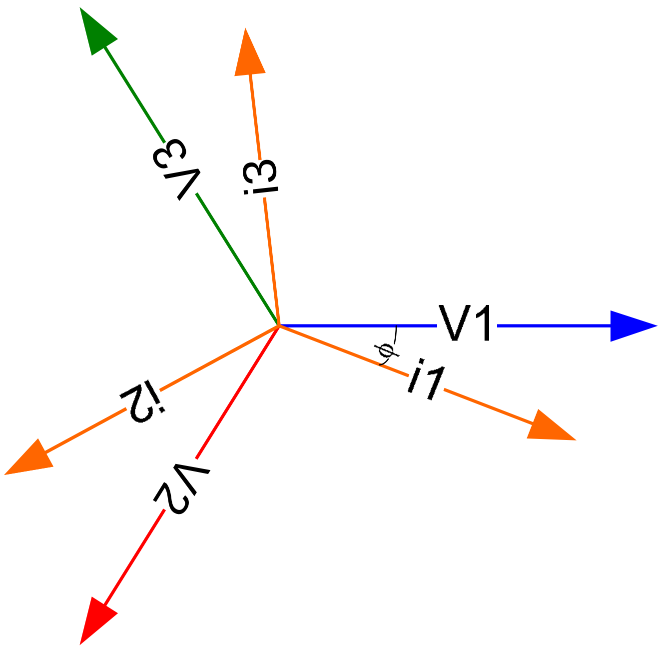
# Couplage étoile




**i1+i2+i3+iN=0**

**Récepteur équilibré si** $\underline{z1}=\underline{z2}=\underline{z3}$

# Récepteurs **équilibrés**



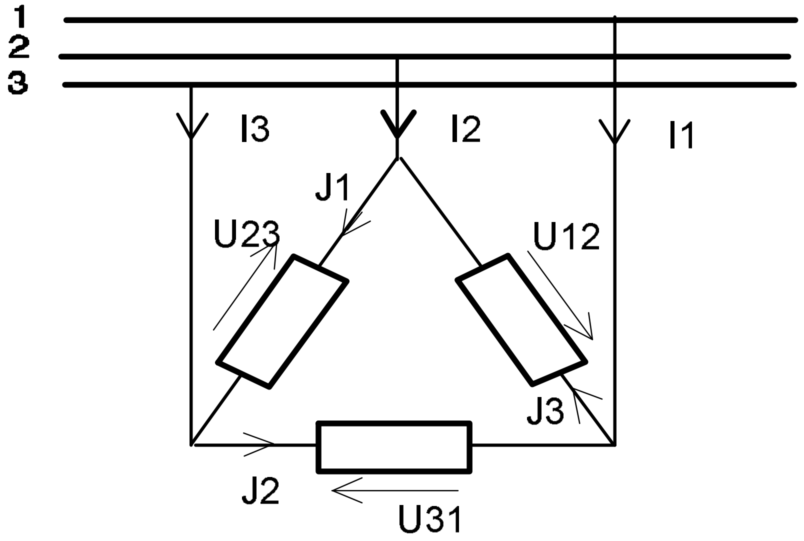

$$i_1 = I\sqrt{2}\sin(w.t - j\ )$$

$$i_2 = I\sqrt{2}\sin(w.t - j - \frac{2p}{3})$$

$$i_3 = I\sqrt{2}\sin(w.t - j + \frac{2p}{3})$$

**$i_1 + i_2 + i_3 = 0$ Þ le fil neutre devient inutile**

# Couplage triangle




$$i_1 = j_3 - j_2 \Rightarrow \vec{I}_1 = \vec{J}_3 - \vec{J}_2$$

$$i_2 = j_1 - j_3 \Rightarrow \vec{I}_2 = \vec{J}_1 - \vec{J}_3$$

$$i_3 = j_2 - j_1 \Rightarrow \vec{I}_3 = \vec{J}_2 - \vec{J}_1$$

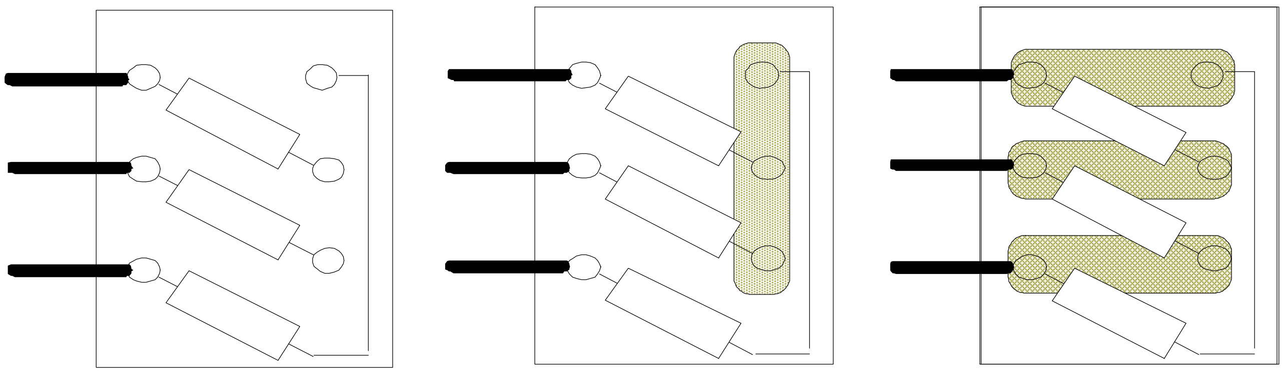
$I = J\sqrt{3}$

# Récapitulation & normalisation des connexions

| Couplage | Courant/phase | tension/phase |
|---|---|---|
| Y | $I$ | $V$ |
| D | $J=I/\sqrt{3}$ | $U=V.\sqrt{3}$ |

**Couplage étoile (Y)**

**Couplage triangle (D)**



# Puissance en triphasé

# Expression de la puissance

- Puissance active

$$P = \frac{1}{T}\int_0^t p.dt$$

$$avec \quad p = u.i$$

# Puissance en monophasé

- $p = U\sqrt{2}\sin\omega.t \bullet I\sqrt{2}\sin(\omega.t + \varphi)$
  $p = 2UI \sin\omega.t \bullet \sin(\omega.t + \varphi)$
- $2\sin(\omega.t + \varphi)\bullet\sin\omega.t =$
  $\cos(\omega.t + \varphi - \omega.t) - \cos(\omega.t + \varphi + \omega.t)$
- $p = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega.t + \varphi)$

- Valeur moyenne : **P = UI cos** j

# Puissance en triphasé

- Phase 1
  $v1 = V\sqrt{2}\sin\omega.t$ ; $i1 = I\sqrt{2}\sin(\omega.t - \varphi)$
- Phase 2
- $v2 = V\sqrt{2}\sin(\omega.t - 2\pi/3)$ ; $i2 = I\sqrt{2}\sin(\omega.t - 2\pi/3 - \varphi)$
- Phase 3
- $v3 = V\sqrt{2}\sin(\omega.t - 4\pi/3)$ ; $i3 = I\sqrt{2}\sin(\omega.t - 4\pi/3 - \varphi)$

- $p = V.I\,[\cos\varphi - \cos(2\omega.t - \varphi) + \cos\varphi - \cos(2\omega.t - \varphi - 4\pi/3) +$
  $\cos\varphi - \cos(2\omega.t - \varphi - 8\pi/3)$

$$\mathbf{p = 3\,V\,I\,\cos}\ j\ \mathbf{= P}$$

# Intérêt des récepteurs triphasés

- **La puissance instantanée absorbée par un récepteur triphasé équilibré est constante.**
- **Cette propriété constitue un des avantages des récepteur triphasés par rapport aux monophasés. Exemple : le couple instantané d'un moteur triphasé est constant.**

# Puissance apparente

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$S = \sqrt{3VI^2 \cos\varphi^2 + 3VI^2 \sin\varphi^2}$$

$$S = \sqrt{3}UI$$

# Puissance réactive

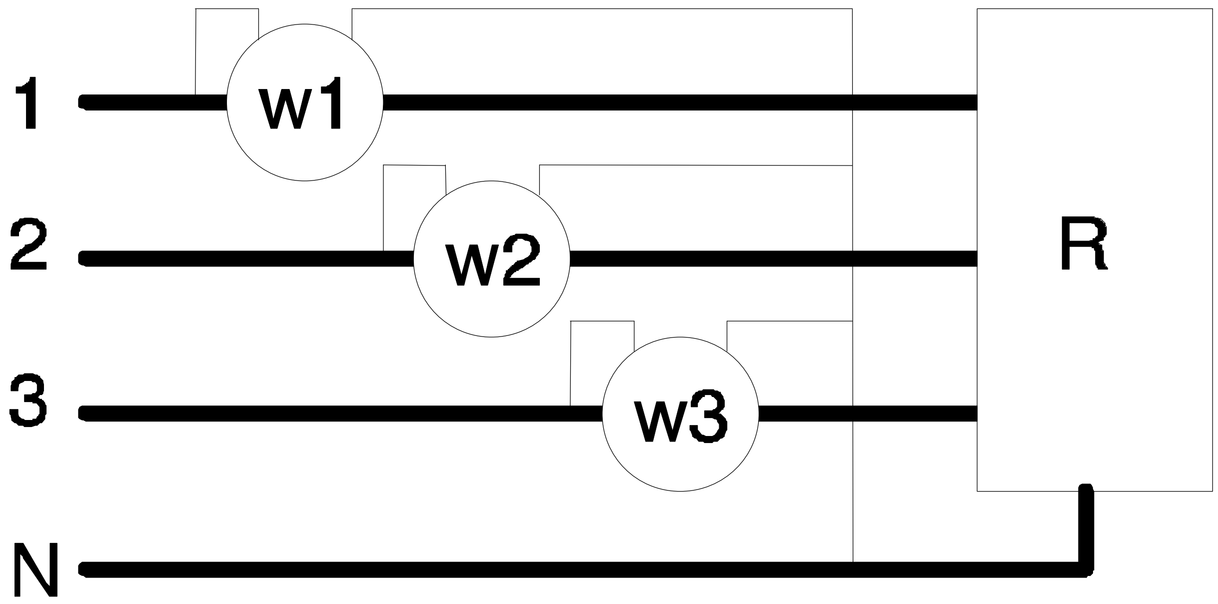
- $Q = U.\ I.\ \sin \varphi$ (monophasé)
- $Q = U.\ I.\ \sqrt{3} \sin \varphi$ (triphasé)

# Facteur de puissance

$$FP = \frac{P}{S}$$

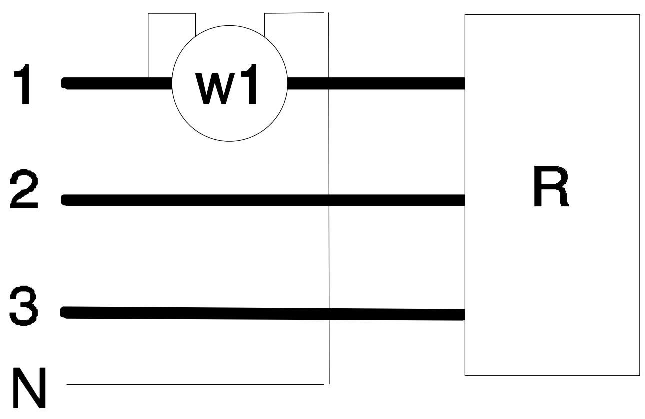
# Mesure de la puissance

# Cas général : récepteurs équilibrés et déséquilibrés

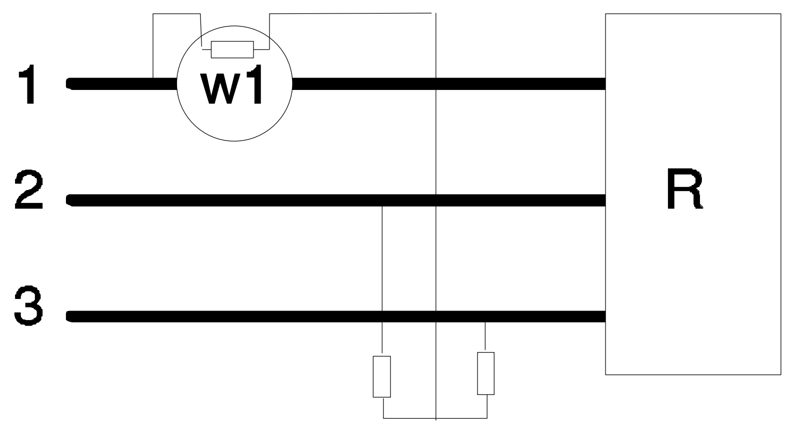



$$P = W1 + W2 + W3$$

# Récepteurs équilibrés

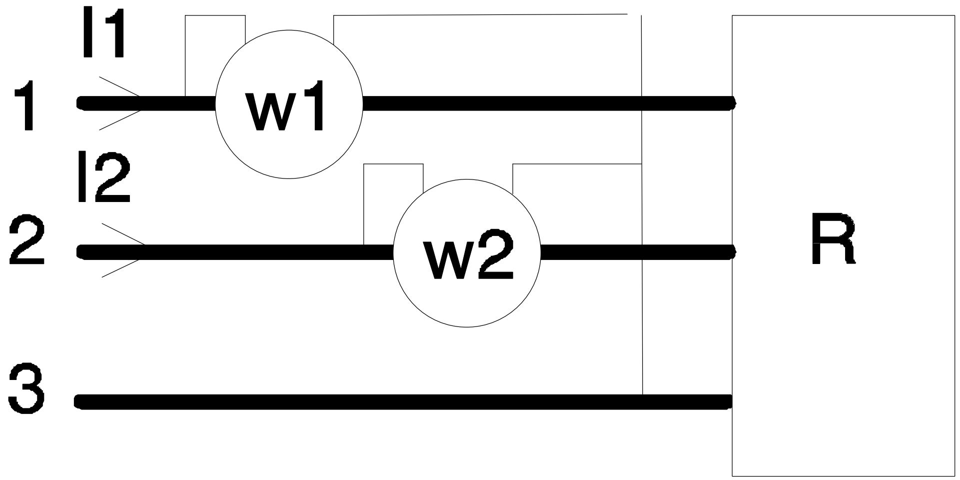



Avec neutre $P = 3W1$

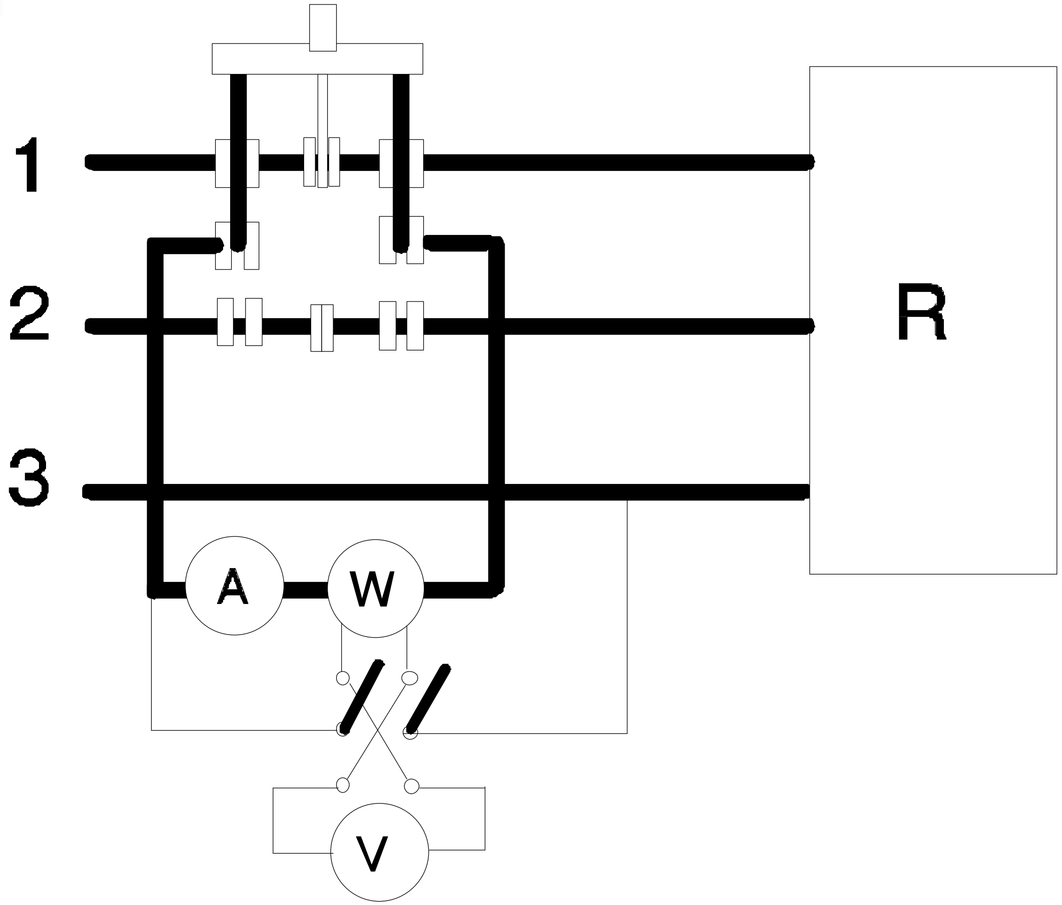



Avec neutre artificiel $P = 3W1$

# Méthode des deux wattmètres



# Méthode des deux wattmètres (montage pratique)



# Méthode des deux wattmètres
# Calcul de la puissance

$$w_1 = U_{13} I_1 \cos(\vec{I}_1, \vec{U}_{13}) = U I_1 \cos(\varphi - \frac{\pi}{6})$$

$$w_2 = U_{23} I_2 \cos(\vec{I}_2, \vec{U}_{23}) = U I_2 \cos(\varphi + \frac{\pi}{6})$$

$$w_1 + w_2 = UI\left[\cos(\varphi - \frac{\pi}{6}) + \cos(\varphi + \frac{\pi}{6})\right]$$

$$= UI.2\cos\frac{\pi}{6}\cos\varphi = 2\frac{\sqrt{3}}{2} UI\cos\varphi$$

$$= \sqrt{3} UI \cos\varphi = P$$